

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO
Facoltà di Ingegneria



Corso di Laurea Triennale in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Anno accademico 2016/2017

Corso di Idrologia

Analisi pluviometrica della stazione meteorologica Trento Laste, analisi Kriging di radiazione, evapotraspirazione e Richards monodimensionale.

Studenti:

Giovanni Demozzi	171994
Gianluca Mottes	173700
Alessandro Scardi	173448

Docente:

Riccardo Rigon

INDICE

1. ANALISI PLUVIOMETRICA	4
RICERCA DEI DATI.....	4
TEMPO DI RITORNO.....	5
INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO DEI MINIMI QUADRATI.....	6
INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO MASSIMA VEROSOMIGLIANZA..	6
INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO DEI MOMENTI.....	7
TEST DI PEARSON.....	8
ANALISI PLUVIOMETRICA TRAMITE IL SOFTWARE JUPYTER	9
METODO DEI MOMENTI CON IL SOFTWARE JUPYTER	9
METODO DELLA MASSIMA VEROSIMIGLIANZA CON IL SOFTWARE JUPYTER.....	14
TEST DI PEARSON CON IL SOFTWARE JUPYTER.....	15
2. ANALISI KRIGING	16
RICERCA DEI DATI.....	16
DATA FORMATTER.....	18
EV	19
TV	20
KRIGING LEAVE ONE OUT	22
KRIGING POINT	23
KRIGING RASTER	23
SKYVIEW.....	25
3. RADIAZIONE SOLARE	26
SWRB: SHORT WAVE RADIATION BALANCE	26
LWRB: LONG WAVE RADIATION BALANCE	26
NET RADIATION.....	27
4. RICHARDS MONODIMENSIONALE.....	29
5. EVAPOTRASPIRAZIONE.....	33
BIBLIOGRAFIA.....	35

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1: Mappa Kompass in zona Trento Laste	4
Figura 2: Grafico della media con metodo dei momenti	10
Figura 3: Grafico della varianza con il metodo dei momenti	11
Figura 4: Grafico della covarianza con il metodo dei momenti	12
Figura 5: Tabella contenente i parametri a e b per ogni durata	12
Figura 6: Distribuzione ECDF dei dati pluviometrici.....	13
Figura 7: Tabella contenente i parametri a e b per ogni durata	14
Figura 8: Distribuzione ECDF dei dati raccolti	14
Figura 9: Tabella chi quadro	15
Figura 10: Curve di Gumbel per il test di Pearson.....	15
Figura 11: DEM dell'area di Trento considerata	17
Figura 12: DEM dell'area di Trento considerata con le stazioni meteorologiche.....	18
Figura 13: Variogramma sperimentale	20
Figura 14: Variogramma teorico	21
Figura 15: Confronto tra semi-variogramma teorico e sperimentale.....	22
Figura 16: Kriging_raster interpolato per il giorno 2 gennaio 2013.....	23
Figura 17: Kriging_raster interpolato per il giorno 2 agosto 2013.....	24
Figura 18: Skyview.....	25
Figura 19: Confronto delle radiazioni.....	28
Figura 20: Andamento del contenuto d'acqua ϑ in funzione della profondità	31
Figura 21: Andamento della suzione Ψ in funzione della profondità.....	32
Figura 22: Andamento dell'evapotraspirazione annuale.....	34

1. ANALISI PLUVIOMETRICA

RICERCA DEI DATI

Lo scopo del progetto è svolgere l'analisi pluviometrica utilizzando i dati ricavati dalla stazione meteorologica di Trento Laste. La posizione di tale stazione è:

Latitudine: 46°04'18.7" N

Longitudine: 11°08'08.4" E

Quota: 312 m

I dati di precipitazione della stazione sono stati ottenuti dal sito di Meteotrentino.

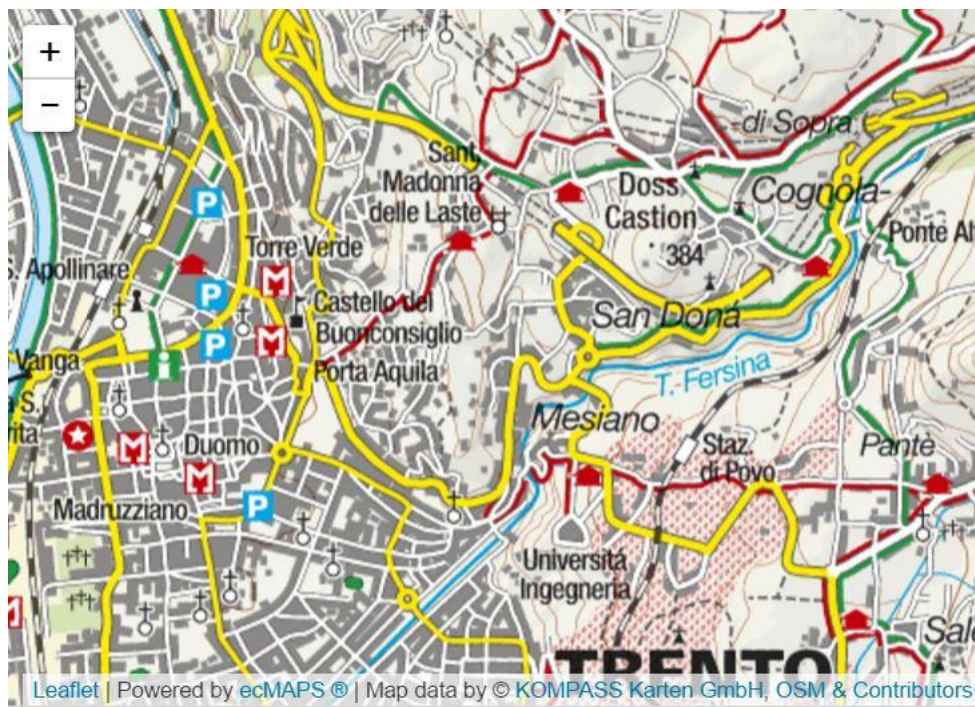


Figura 1: Mappa Kompass in zona Trento Laste.

TEMPO DI RITORNO

Decisa un'altezza precipitata h per una durata di tempo (1 ora, 3 ore, 6 ore...), si definisce tempo di ritorno T_r il tempo che intercorre affinché si verifichi una precipitazione di uguale intensità o superiore:

$$T_r := \frac{T}{l} = m \frac{n}{l} \quad T_r = \frac{m}{Fr(h > h^*)}$$

Dove:

- T rappresenta l'intervallo di campionamento in cui si dispone di una certa misura
- n corrisponde alle misurazioni fatte in T
- l sono i casi in cui ho superamento della altezza h^*
- $m = T/n$ è il tempo di campionamento di una singola misura

Inoltre è noto che $Fr(h < h^*) = ECDF(h^*)$, ovvero la frequenza di non superamento o "empirical cumulative distribution function".

Si può definire dunque il tempo di ritorno in funzione della ECDF:

$$T_r := \frac{T}{l} = n \frac{m}{l} = \frac{m}{ECDF(h^*)} = \frac{m}{1 - Fr(H \leq h^*)}$$

La frequenza di non superamento viene sostituita da curve di probabilità interpolanti: le curve più adatte a interpolare questi dati sono le curve di Gumbel.

Per stimare le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica bisogna per prima cosa determinare per ogni durata (1, 3, 6, 12, 24 ore) la corrispondenza tra quantili e altezza di precipitazione. Per ogni durata si vanno dunque ad interpolare i dati ad una distribuzione di probabilità, attraverso la curva di Gumbel, la cui espressione parametrica è la seguente:

$$P[H < h; a, b] = e^{-e^{-\frac{h-a}{b}}}$$

Il problema a questo punto è determinare i parametri a (parametro di posizione, la moda) e b (parametro di forma) della famiglia di curve.

Per fare ciò, è possibile seguire tre metodi differenti:

- Metodo dei minimi quadrati;
- Metodo della massima verosomiglianza;
- Metodo dei momenti;

Di seguito vengono illustrati i tre differenti metodi.

INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

Il metodo dei minimi quadrati è una tecnica di ottimizzazione che viene utilizzata per trovare una funzione $f(x)$ che si avvicini il più possibile ad un'interpolazione di un insieme di dati (x_i, y_i) .

In particolare, la funzione trovata deve essere quella che minimizza l'errore sulla somma dei quadrati delle distanze dai punti dati, definito nel modo seguente:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

Si definisce dunque lo scarto quadratico medio:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (F_i - P[H < h_i; \theta_i])^2$$

Dove il campione delle misure è $H = (h_1, h_2, \dots, h_n)$.

Si risolve infine il sistema sotto riportato imponendo nulle le derivate parziali dello scarto quadratico medio rispetto ai parametri a e b della curva di Gumbel:

$$\begin{cases} \frac{\partial \delta^2(a)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \delta^2(b)}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO DI MASSIMA VEROSOMIGLIANZA

Il metodo della massima verosomiglianza è un procedimento matematico che ha come obiettivo la determinazione di uno stimatore. Si fonda sul fatto che i parametri più affidabili siano quelli più probabili, cioè quelli corrispondenti ai massimi, alla moda, della distribuzione dei dati. Considera inoltre la valutazione della probabilità (composta) di ottenere la serie temporale registrata, considerando l'indipendenza dei dati. Seguendo queste ipotesi si arriva alla funzione di verosomiglianza:

$$P[\{h_1, h_2, \dots, h_n\}, a, b]$$

Che in caso di indipendenza dei dati diventa uguale alla funzione di verosomiglianza:

$$P[\{h_1, h_2, \dots, h_n\}, a, b] = P[\{h_1, h_2, \dots, h_n\} \mid a, b] = \prod_{i=1}^n P[h_i \mid a, b]$$

Per semplificare i calcoli, a questo punto, si crea la funzione di log-verosomiglianza:

$$\log(P[\{h_1, h_2, \dots, h_n\}, a, b]) = \log\left(\prod_{i=1}^n P[h_i \mid a, b]\right)$$

Ora, i parametri della curva di Gumbel si ottengono imponendo nulle le derivate parziali rispetto agli stessi parametri a e b della funzione di log-verosomiglianza:

$$\begin{cases} \frac{\partial \log(\prod_{i=1}^n P[h_i|a,b])}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \log(\prod_{i=1}^n P[h_i|a,b])}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

INTERPOLAZIONE DELLE CURVE DI GUMBEL CON IL METODO DEI MOMENTI

Il metodo dei momenti è un metodo di ricerca degli stimatori che consiste nell'uguagliare i momenti del campione con i momenti della popolazione e, applicato alla distribuzione di Gumbel, si riduce ad uguagliare media e varianza del campione con media e varianza della popolazione. In particolare, si tratta di risolvere il sistema:

$$\begin{cases} b\gamma + a = \mu_H \\ \sigma_H^2 = b^2 \frac{\pi^2}{6} \end{cases}$$

Dove:

- a e b sono rispettivamente i parametri di posizione e forma;
- μ_H è la media dei campioni;
- σ_H^2 rappresenta la varianza dei campioni;

È noto inoltre dalla teoria che il valore atteso è:

$$E[H; a, b] = b\gamma + a$$

Dove $\gamma = 0,5772$ è il numero irrazionale detto costante di Eulero-Mascheroni.

Il valore della varianza è invece:

$$\text{Var}[H; a, b] = b^2 \frac{\pi^2}{6}$$

TEST DI PEARSON

Il test di Pearson è un test non parametrico utilizzato per determinare quale metodo approssima meglio i parametri di una distribuzione di probabilità. In campo idrologico, è comunemente applicato per stabilire quale dei tre metodi sopra descritti abbia stimato meglio i parametri a e b della curva di Gumbel.

Il test in esame consiste in:

- dividere il campo di probabilità in k parti, per esempio uguali tra loro;
- derivare la suddivisione del dominio;
- contare il numero di dati presenti in ciascun intervallo;
- calcolare la funzione di “chi quadro” di probabilità, così definita:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - n(P[H < h_{i+1}] - P[H < h_i]))^2}{n(P[H < h_{i+1}] - P[H < h_i])}$$

- applicata alla curva di Gumbel, scegliere la coppia di parametri per cui χ^2 ha il minimo valore;
- ripetere infine tutti i passaggi per tutte le durate esaminate (1,3,6,12,24 ore);

ANALISI PLUVIOMETRICA TRAMITE IL SOFTWARE JUPYTER

Viene ora svolta l'analisi pluviometrica relativa alla stazione meteorologica di Trento Laste attraverso il software Jupyter.

Come prima cosa sono stati scaricati dal sito di Meteotrentino i dati pluviometrici relativi ai massimi di precipitazione riguardanti il periodo di tempo che intercorre tra gli anni 1951 e 1990. I valori che si acquisiscono rappresentano l'altezza massima cumulata, ovvero la quantità massima di acqua, rilevata in millimetri, precipitata in un dato intervallo di tempo. La tabella di dati ottenuta è stata dunque formattata in modo adeguato e compatibile al software, tenendo solamente i dati relativi agli intervalli orari di 1, 3, 6, 12, 24 ore.

È stata poi convertita dal formato *.xls* al formato *.csv* (Comma Separated Value).

Tenuto presente che in tutto l'arco temporale considerato nell'analisi è possibile che manchino alcuni dati, dovuti per esempio a problemi o malfunzionamenti della strumentazione, al posto di questi si è sostituita la voce *"NaN"* (*not a number*), interpretata adeguatamente durante la fase di calcolo.

Tramite Jupyter è inoltre possibile eseguire tutti e tre i metodi di ricerca degli stimatori *a* e *b* della distribuzione di Gumbel, e vengono di seguito descritti.

METODO DEI MOMENTI CON IL SOFTWARE JUPYTER

Come prima operazione si lancia il programma *Jupyter Notebook* e si apre il file *"Gumbel-momenti"*, importando le librerie necessarie per l'elaborazione: *"os"*, *"math"*, *"pandas"*. In particolare, le librerie *"pandas"* e *"matplotlib"* servono per eseguire calcoli statistici e poterli rappresentare su di un grafico.

Eseguendo a questo punto il comando *"os.getcwd()"* è possibile ottenere il percorso del file da leggere, mentre *"os.chdir"* permette di posizionarsi all'interno della cartella in cui si trova il file relativo ai dati di massimi di precipitazione.

Il comando *"data"* è utile per importare e leggere a video la tabella dei massimi di precipitazione.

Il comando *"means"* serve per calcolare la media dei dati che risulta essere un dato float a video.

La formula della media temporale, che è un indicatore di posizione, è la seguente:

$$\bar{x} := \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_{,t}$$

A questo punto, assegnando la giusta serie di dati agli assi del grafico (in ordinata le precipitazioni e in ascissa gli intervalli di durata), si sono plottate le medie delle precipitazioni:

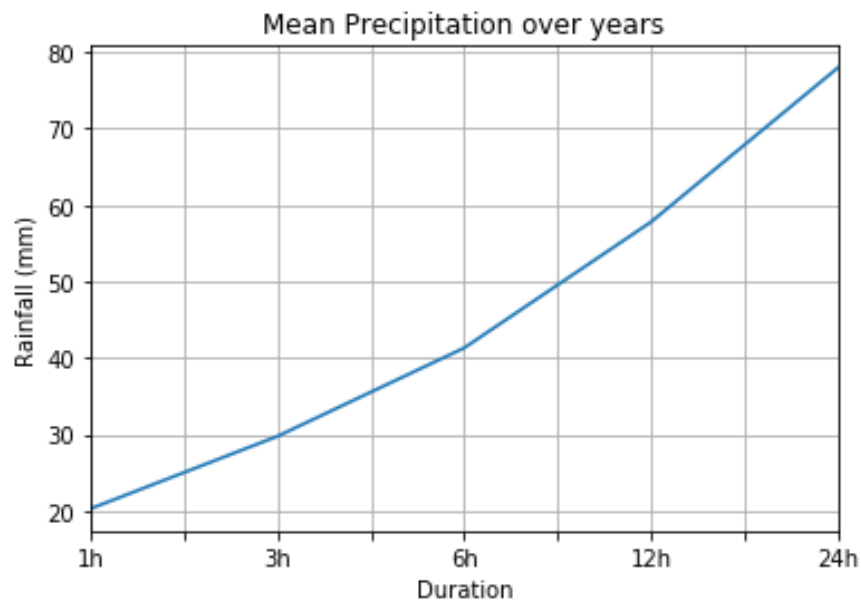


Figura 2: Grafico della media con metodo dei momenti.

Successivamente si passa a calcolare la varianza, l'indicatore di forma della distribuzione della serie, usando tutti i dati del campione grazie al comando "*var*" e rappresentandolo sul grafico con la stessa scala temporale. Grazie ad essa si può apprezzare la misura della mutevolezza dei valori assunti dalla variabile e quanto i valori si discostino rispettivamente dalla media aritmetica o dal valore atteso.

La varianza è descritta dalla formula seguente:

$$Var(x) := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2$$

Di seguito viene riportato il grafico della varianza.

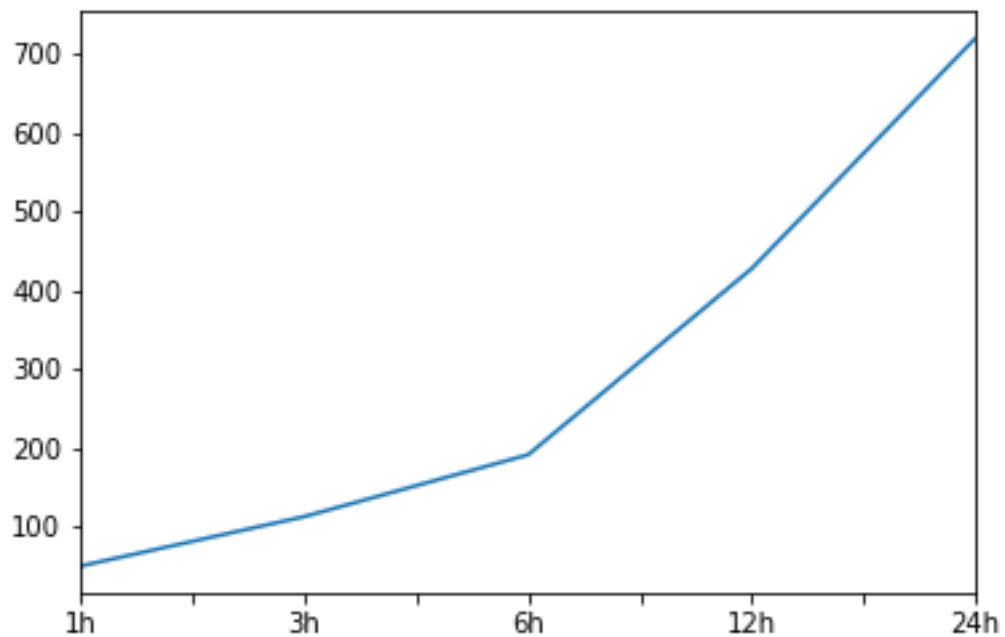


Figura 3: Grafico della varianza con il metodo dei momenti.

A questo punto, grazie al comando “stds” si è calcolata la deviazione standard, per trovare dunque la covarianza. Quest’ultima è stata valutata assegnandola ad una variabile, e facendo il rapporto tra deviazione standard e media.

La formula della covarianza, assegnate due serie di dati, per esempio

$$xi = \{x1, \dots, xn\} \text{ e } yi = \{y1, \dots, yn\}$$

risulta essere:

$$\hat{S}_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y})}{n-1}$$

Viene di seguito riportato il grafico della covarianza:

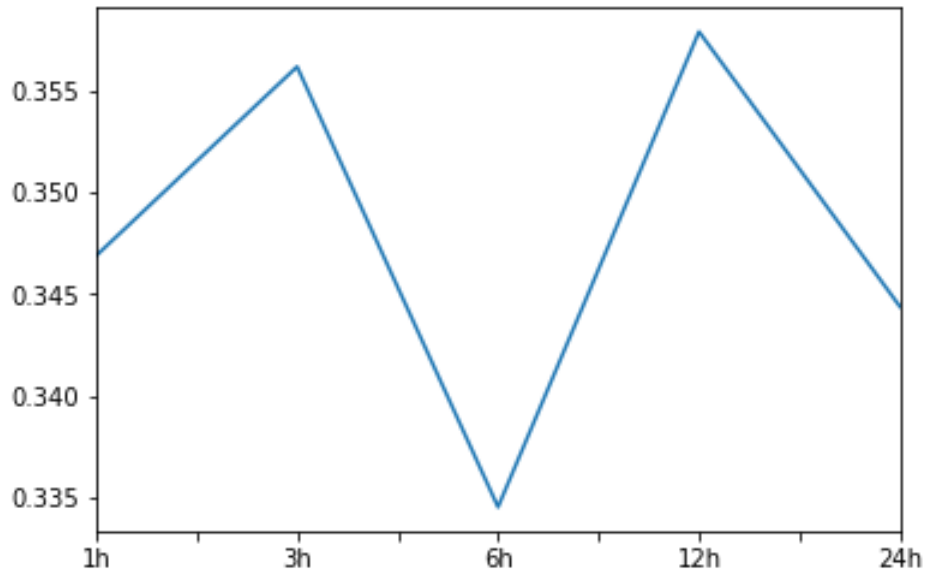


Figura 4: Grafico della covarianza con il metodo dei momenti.

Bisogna ora risolvere il sistema di due equazioni dove i parametri a e b sono da stimare.

$$\begin{cases} b\gamma + a = \mu_H \\ \sigma_H^2 = b^2 \frac{\pi^2}{6} \end{cases}$$

Dalla seconda equazione ricavo b nel seguente modo:

$$b = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma_H$$

Il parametro a invece si trova con il calcolo successivo:

$$a = \mu_H - \frac{\sqrt{6}\gamma}{\pi} \sigma_H$$

I risultati ottenuti per ogni intervallo orario vengono dunque organizzati nella tabella seguente:

	1h	3h	6h	12h	24h
a	17.122434	24.980906	35.078298	48.451716	65.828738
b	5.487665	8.262240	10.770154	16.117519	20.917358

Figura 5: Tabella contenente i parametri a e b per ogni durata.

Fatto ciò, si vuole disegnare un grafico in cui si riportano i risultati ottenuti, sovrapponendo dati e curve interpolate. È dunque necessario sovrapporre la famiglia delle curve di Gumbel (con i parametri a e b appena trovati) con i dati conseguiti.

Si disegnano pertanto le curve dopo aver definito per ognuna il colore, la forma di ogni dato come un punto e la relativa dimensione, come mostrato di seguito:

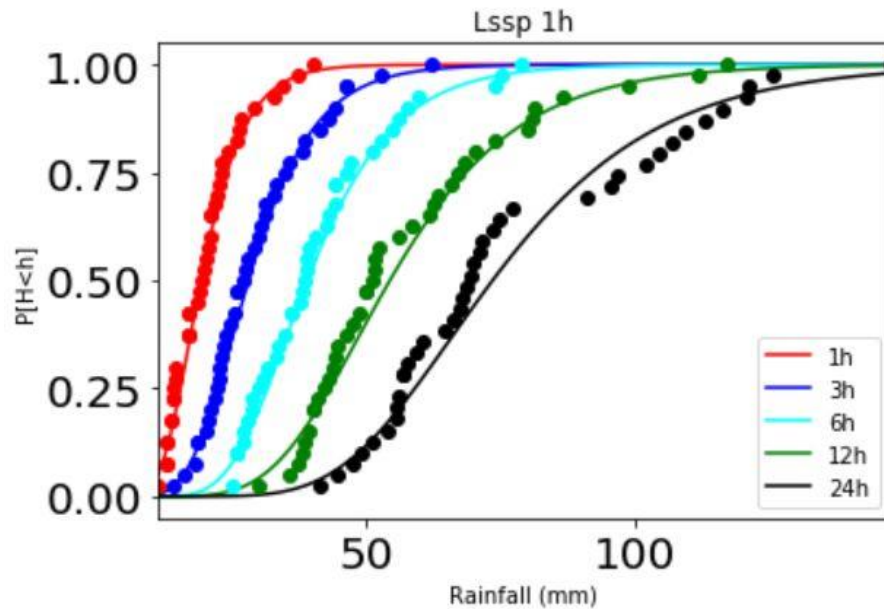


Figura 6: Distribuzione ECDF dei dati pluviometrici con sovrapposta la curva di Gumbel, stimata con il metodo dei momenti.

METODO DELLA MASSIMA VEROSIMIGLIANZA CON IL SOFTWARE JUPYTER

Anche in questo caso, come prima operazione si lancia il programma *Jupyter Notebook* e si apre il file “*Gumbel-MassimaVerosomiglianza*”, importando le librerie necessarie per l’elaborazione: “*os*”, “*math*”, “*pandas*”. In particolare, le librerie “*pandas*” e “*matplotlib*” servono per eseguire calcoli statistici e poterli rappresentare su di un grafico.

Vengono dunque caricati in input i file dei dati di precipitazione relativi alla stazione meteorologica di Trento Laste.

A questo punto è risultato necessario correggere il codice “*distribution fitting*” (scala di 1 ora) aggiungendo “*dropna()*”, il comando che permette di eliminare i *NaN*.

Si definisce una variabile “*param*” per ogni curva di Gumbel in modo da richiamarla facilmente per calcoli rappresentazioni.

Eseguendo tutti i comandi che risultano simili al metodo precedente, si ottengono i parametri *a* e *b* delle curve di Gumbel per ogni intervallo orario, e si organizzano in tabella:

	1h	3h	6h	12h	24h
a	17.195680	25.069076	35.282872	48.871058	65.815266
b	5.076176	7.776873	9.733261	14.166806	19.714379

Figura 7: Tabella contenente i parametri *a* e *b* per ogni durata.

Si disegnano dunque le curve dopo aver definito il colore per ognuna, la forma di ogni dato come un punto, e la relativa dimensione.

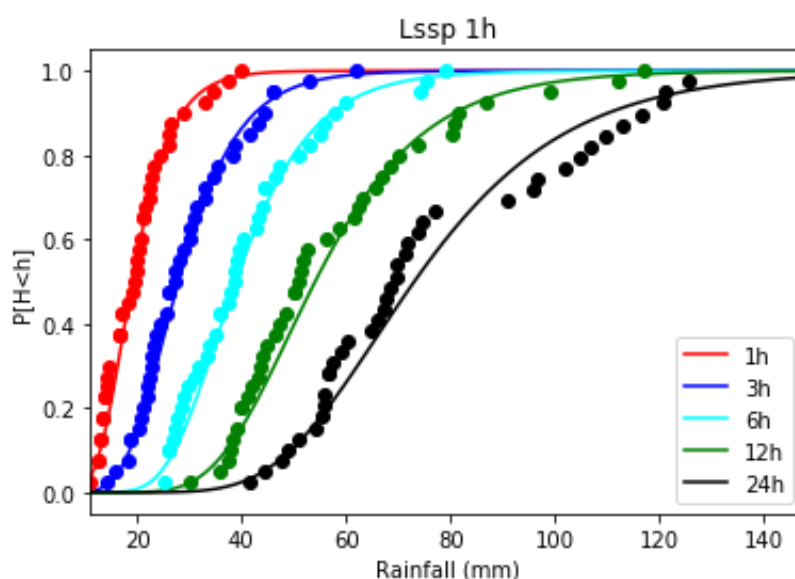


Figura 8: Distribuzione ECDF dei dati raccolti con sovrapposta la curva di Gumbel stimata con il metodo della massima verosimiglianza (in nero).

TEST DI PEARSON CON IL SOFTWARE JUPYTER

Si lancia il file “*Test di Pearson*” con il programma Jupyter Notebook, importando le librerie per la gestione del sistema operativo “*os*”, i calcoli (“*math*”), i calcoli statistici (“*pandas*”), la gestione di data e ora (“*datetime*”), per tracciare i grafici (“*matplotlib*”) ed “*ECDF*” per l’empirical cumulative distribution function.

Si utilizzano i file binari “*abs*” salvati nei tre metodi precedenti, ovvero metodo dei momenti (=M), di massima verosomiglianza (=MLE) e dei minimi quadrati (=Mq).

Si applica la formula del chi quadro a tutte e cinque le serie di dati e per tutti e tre i test.

	M	Mq	MLE
1h	3.250000	1.750000	3.750000
3h	0.750000	1.250000	0.750000
6h	0.750000	1.000000	1.000000
12h	0.250000	1.250000	2.000000
24h	3.948718	6.512821	8.564103

Figura 9: Tabella chi quadro per ogni metodo e intervallo orario.

Dal dataframe stampato a video si può capire quali sono le coppie di parametri migliori per ogni intervallo di tempo.

Si costruisce quindi un dataframe dei parametri migliori scegliendo per ogni intervallo temporale le coppie (*a*; *b*) del file binario (metodo momenti, minimi quadrati o massima verosomiglianza) che presenta il valore di chi quadro più basso. Si ottengono e rappresentano così le curve di Gumbel:

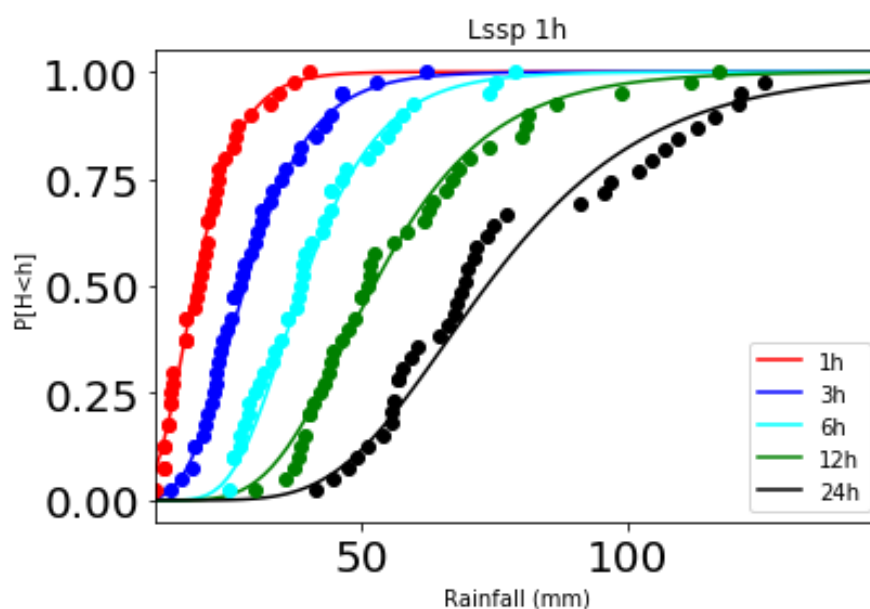


Figura 10: Curve di Gumbel per il test di Pearson.

2. ANALISI KRIGING

RICERCA DEI DATI

Per la stima tramite il kriging è stato scelto di svolgere l'analisi dei dati per l'anno 2013-2014, e pertanto dal sito di Meteotrentino sono state considerate le stazioni meteorologiche con le liste di dati più completi ed esaurienti. Sono state scaricate dal sito web le cartelle contenenti i dati relativi a:

- Precipitazioni: stazioni di Monte Bondone-Giardino Botanico; Trento-Aeroporto; Trento-Liceo Galilei; Trento-Laste; Trento-Roncafort;
- Temperature: stazioni di Monte Bondone-Giardino Botanico; Trento-Aeroporto; Trento-Liceo Galilei; Trento-Laste; Trento-Roncafort;
- Radiazione Solare: stazioni di Monte Bondone-Giardino Botanico; Trento-Laste; Trento-Roncafort;
- Umidità: stazioni di Monte Bondone-Giardino Botanico; Trento-Laste; Trento-Roncafort
- Velocità vento: stazioni di Monte Bondone-Giardino Botanico (dati segnalati come incerti dal sito); Trento-Laste; Trento-Roncafort.

Nonostante l'accurata ricerca per scegliere le serie di dati più complete possibili, alcune di queste presentano comunque dati mancanti.

I dati scaricati si presentano come fogli elettronici in formato .csv: sono dunque stati sostituiti eventuali dati mancanti inserendo la dicitura "NaN", e cancellato i dati non necessari alla presente elaborazione, come ad esempio legende, indice di qualità dei dati. Sono perciò state nominate nel modo seguente le stazioni meteorologiche:

- ID Precipitazioni:

1	2	3	4	5
Aeroporto	Galilei	Laste	Giardino	Roncafort

- ID Temperature:

1	2	3	4	5
Aeroporto	Galilei	Laste	Giardino	Roncafort

- ID Radiazione solare:

1	2	3
Laste	Giardino	Roncafort

- ID Umidità:

1	2	3
Laste	Giardino	Roncafort

- ID Velocità vento:

1	2	3
Laste	Giardino	Roncafort

Nella mappa seguente si può osservare il modello digitale del terreno relativo alla porzione della città di Trento che è stata considerata nell'analisi al software.

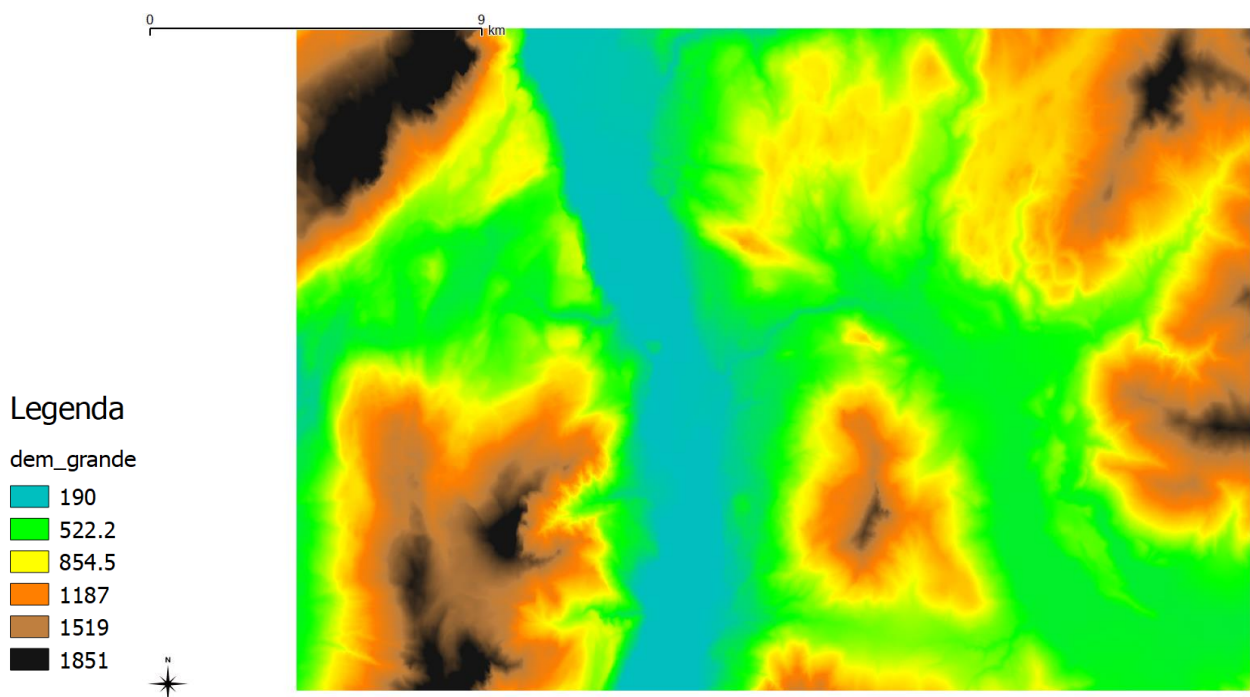


Figura 11: DEM dell'area di Trento considerata.

Il passaggio successivo consiste nel creare una mappa vettoriale (formato "shape") delle stazioni meteorologiche attraverso il plugin *Point Sampling Tool*, che permette di associare la quota ad ogni stazione. Vengono dunque sovrapposte le mappe del DEM dell'area considerata e delle stazioni meteo appena ottenute, per ottenere e rappresentare la figura seguente:

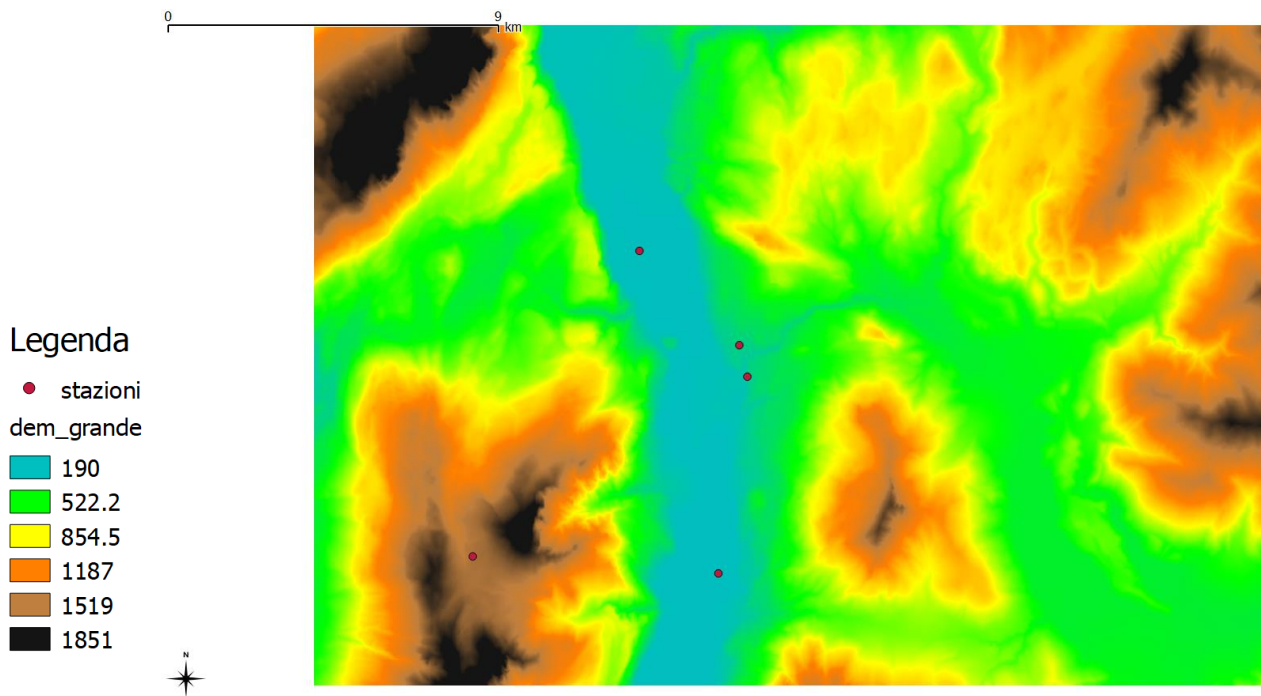


Figura 12: DEM dell'area di Trento considerata con le stazioni meteorologiche.

La console usata per l'elaborazione dei dati e i calcoli è OMS. L'elaborazione seguente viene ripetuta per ogni serie di dati (precipitazione, temperature, umidità, vento, radiazione).

DATA FORMATTER

La prima simulazione su OMS che viene svolta è *"DataFormatter"*, che permette appunto di formattare i dati rendendoli così compatibili alla console e consentire dunque di procedere con le elaborazioni successive. È necessario impostare, in questo caso, il dato di timestep giornaliero (60x24), inserire la data di inizio e di fine nel formato corretto e i file di input richiesti. L'output che viene fornito sarà la tabella di dati formattati.

EV

A questo punto si esegue la simulazione “EV”, sempre inserendo la data di inizio e di fine nel formato corretto. Questa simulazione utilizza in input la tabella di dati formattati e lo shape file delle stazioni meteorologiche, indicando un intervallo di distanza pari a due in quanto le stazioni meteo considerate nell’analisi sono cinque.

È anche opportuno verificare la corrispondenza degli ID delle stazioni meteo tra la tabella degli attributi dello shape file e la tabella dei dati formattati inserita in input, al fine di assicurare il corretto svolgimento dei calcoli.

I due file generati in output sono il file delle distanze “*distances_T*” e il file del semi-variogramma sperimentale “*EV_T*”. Quest’ultimo rappresenta la relazione sul grafico tra la semivarianza degli incrementi e gli incrementi stessi, ed è espresso dalla formula:

$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^{n(h)} \frac{(z(x_i + h) - z(x_i))^2}{n(h)}$$

Dove:

- Z rappresenta il valore di una misura in un punto;
- h è la distanza di misura tra i punti di misurazione;
- $n(h)$ rappresenta il conteggio del numero di coppie di osservazioni effettuate a distanza h ;

Viene riportato in figura il grafico del semi-variogramma sperimentale così ottenuto, in cui si può notare l’andamento lineare dei risultati:

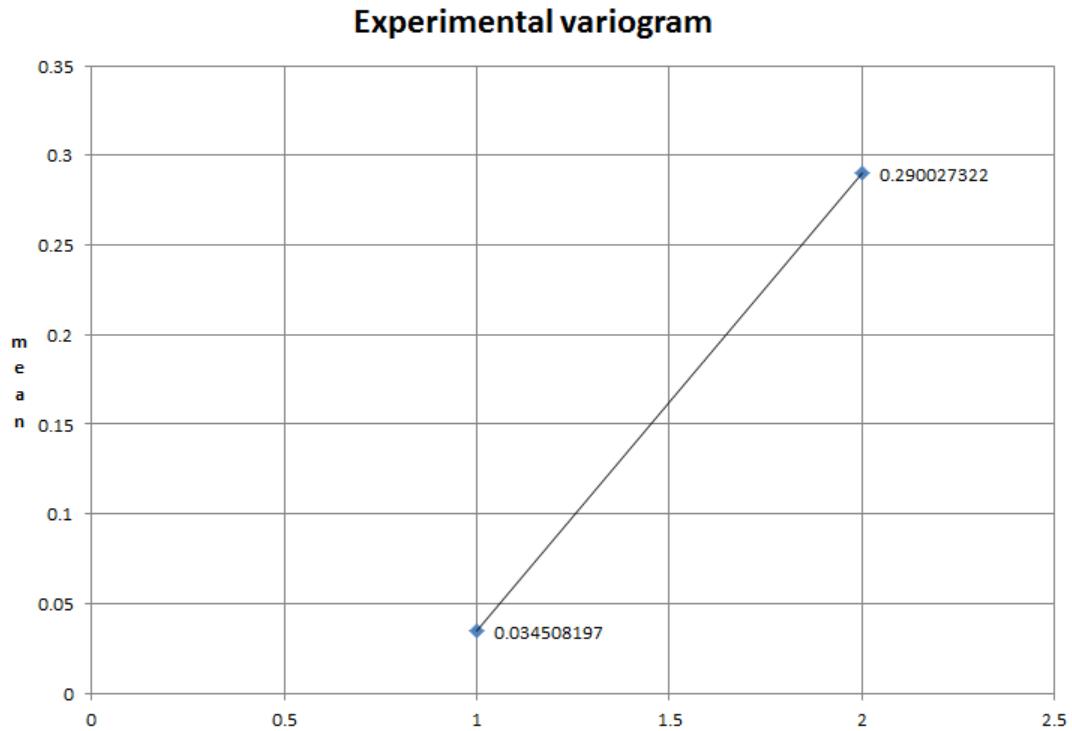


Figura 13: Variogramma sperimentale. Si nota l'andamento lineare.

TV

La successiva simulazione è quella di *"PS_EV_TV"*, che necessita in input l'output *"distances_T"* e *"EV_T"*. L'output che si ottiene rappresenta il semi-variogramma teorico, ovvero una funzione che interpola la semivarianza dei valori sperimentali osservati in gruppi di coppie di punti a determinate distanze. I suoi parametri sono: *Nugget* (l'intercetta sul grafico che descrive il livello variabilità casuale), *Sill* (limite superiore del variogramma, descrive il livello di variabilità spaziale, quella porzione di varianza che si osserva in funzione della distanza) e infine *Range* (distanza massima alla quale si osserva correlazione spaziale delle variabili ed in corrispondenza della quale si raggiunge il Sill).

L'andamento TV_LINEARE è stato ipotizzato osservando il grafico dei valori medi del semi-variogramma.

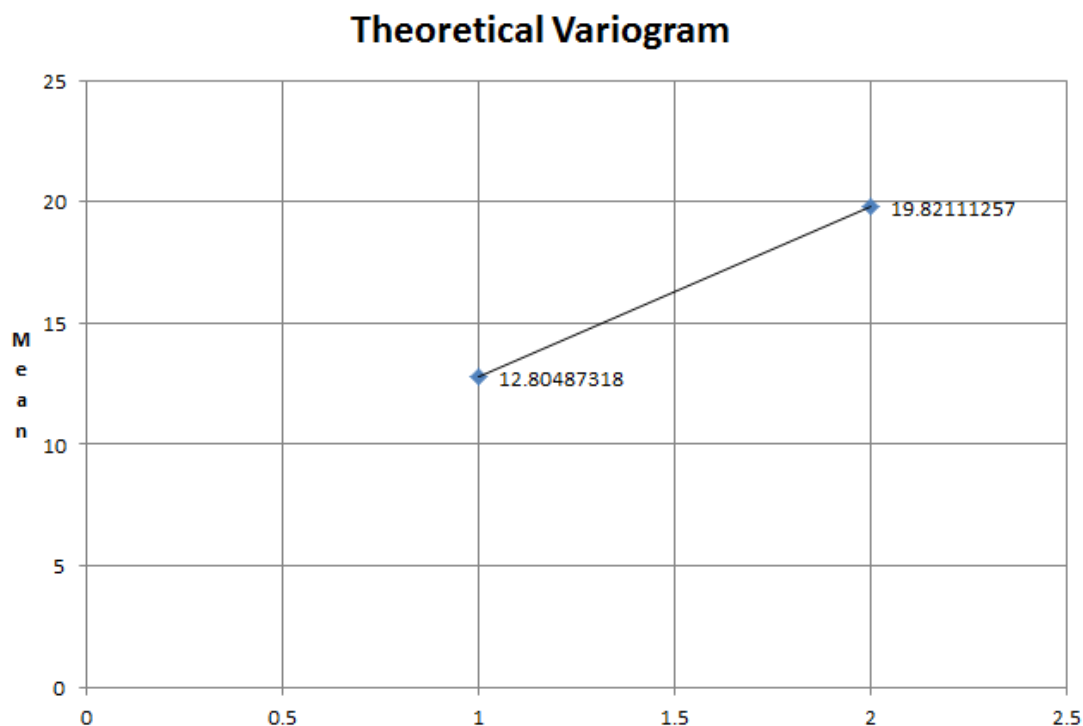


Figura 14: Variogramma teorico.

L'andamento teorico del variogramma è rettilineo con corrispondenza lineare tra la media ed i dati. A video vengono inoltre mostrati i valori ottimizzati di Range, Nugget e Sill, ottenuti grazie al calibratore *Particle Swarm*, e risultano essere:

- TV_range: 19008,670027546836
- TV_nugget: 0,20504544979256778
- TV_sill: 0,12964334439195535

Questi valori dei parametri vengono utilizzati come dati di input per poter svolgere il successivo calcolo del *Kriging*.

Il *Kriging* è un metodo di regressione utilizzato in geostatistica che permette di interpolare una grandezza nello spazio, minimizzando l'errore quadratico medio.

Conoscendo infatti il valore di una grandezza in alcuni punti nello spazio (ad esempio i valori di temperatura delle stazioni meteo), si può determinare il valore della stessa grandezza in altri punti per i quali non esistono misure (ad esempio i centroidi del sottobacino in analisi, che non dispone di un sistema di rilevamento della temperatura).

Per fare ciò, si fa riferimento all'autocorrelazione della grandezza, assumendo che la grandezza in oggetto vari nello spazio con continuità e il coefficiente di correlazione diminuisca aumentando la separazione spaziale (oggetti più distanti sono meno correlati tra loro). Il valore incognito in un punto viene calcolato con una media pesata dei valori noti.

KRIGING LEAVE ONE OUT

La funzione *"Kriging_leave_one_out"* è un procedimento di cross-validation che permette di riconoscere il metodo che si adatta meglio al tipo di dati di cui si dispone.

Consiste nell'escludere dall'interpolazione una singola osservazione per volta, cioè una stazione per volta, effettuare il confronto tra valore interpolato e valore noto escluso, ed applicare via via questo procedimento a tutti i dati noti. Fatto ciò, elabora il calcolo del kriging.

Si utilizzano in input il file formattato delle temperature, lo shapefile delle stazioni, si inseriscono inoltre i valori appena trovati di Range, Nugget e Sill, e come nella simulazione precedente si seleziona l'andamento lineare del semi-variogramma. Viene poi indicato l'arco temporale annuale per il quale si vuole effettuare il calcolo, ovvero: 2 gennaio 2013 – 2 gennaio 2014.

Si ottiene dunque l'output *"leave_one_out_linear_T"*.

Viene riportato di seguito il confronto tra il semi-variogramma teorico e sperimentale (plot della semivarianza degli incrementi versus gli incrementi) relativo ad una serie di dati di temperatura di scelta arbitraria:

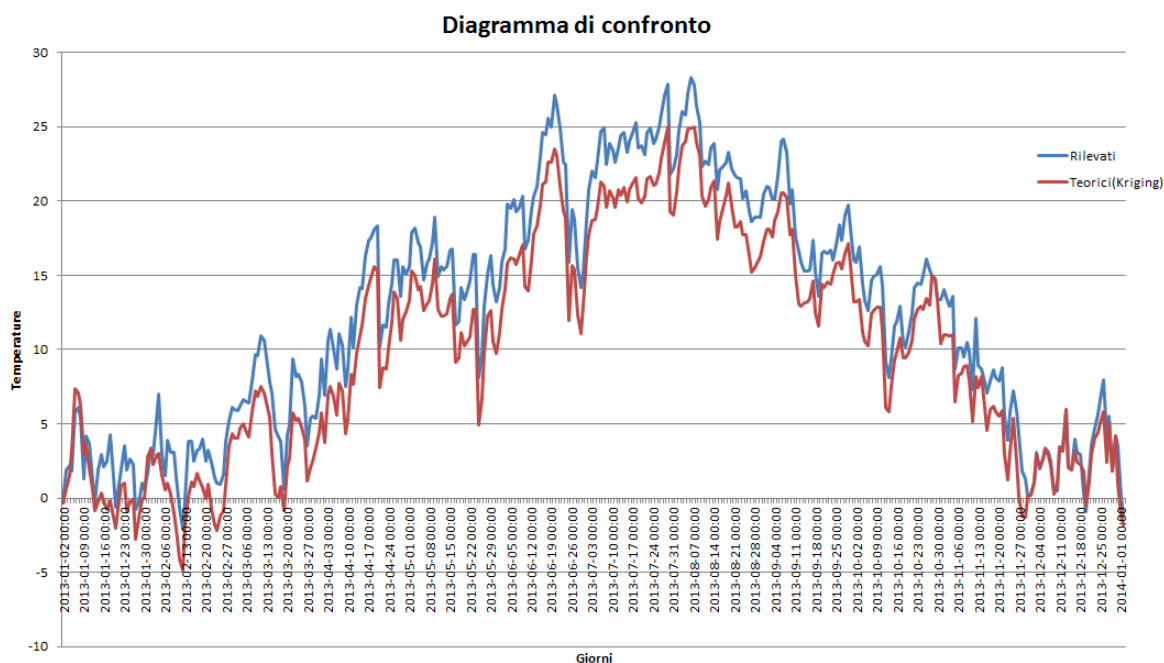


Figura 15: Confronto tra semi-variogramma teorico e sperimentale, in cui si nota che, seppur le due misurazioni differiscano di qualche valore dovuti a possibili errori strumentali/computazionali, l'andamento tracciato è pressoché lo stesso.

KRIGING POINT

Per eseguire la simulazione *“Kriging_point”*, ovvero il calcolo puntuale del kriging, è necessario inserire in input il file formattato delle temperature, lo shapefile delle stazioni meteorologiche e lo shapefile, ottenuto dall’analisi in *Qgis*, dei centroidi del bacino. Viene selezionato come fatto in precedenza l’andamento lineare del semi-variogramma, e inseriti i tre valori di Range, Nugget e Sill. Come file di output si ottiene il *“kriging_local_interpolated_T”*, ovvero l’interpolazione, fatta punto per punto e per tutto l’anno selezionato, delle temperature misurate nelle stazioni meteorologiche.

KRIGING RASTER

La simulazione *“Kriging_raster”* permette di effettuare il calcolo del kriging di una grandezza, in questo caso è stata calcolata la temperatura, e di rappresentare il risultato ottenuto non come un file database come invece fanno le altre elaborazioni, bensì come una mappa raster. Tale mappa è possibile visualizzarla attraverso il software *Qgis*. Inoltre, essendo un comando richiedente una lunga elaborazione computazionale, sono stati scelti soltanto due giorni da analizzare, il giorno 2 gennaio 2013 ed il giorno 2 agosto 2013.

Viene di seguito mostrata la mappa relativa al giorno 2 gennaio 2013:

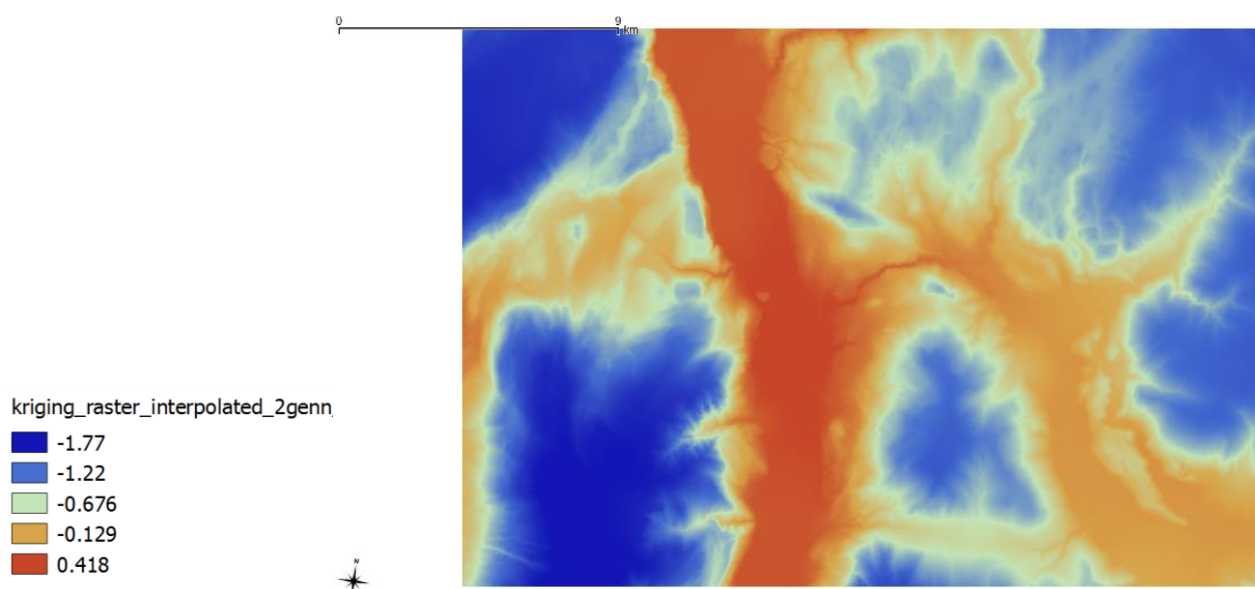


Figura 16: Kriging_raster interpolato per il giorno 2 gennaio 2013. Essendo un giorno invernale, si osservano valori bassi di temperatura, sia per le zone di valle che per quelle di montagna.

Dalla mappa si può dedurre facilmente l'andamento delle temperature nel territorio in esame, più elevate nelle zone di valle e quindi di bassa quota, mentre più basse nelle zone di montagna, di alta quota.

Viene a questo punto calcolata un'altra mappa raster, relativa al giorno 2 agosto dello stesso anno. Essendo questa volta in estate, si può notare come le temperature siano in generale più elevate rispetto al caso appena illustrato.

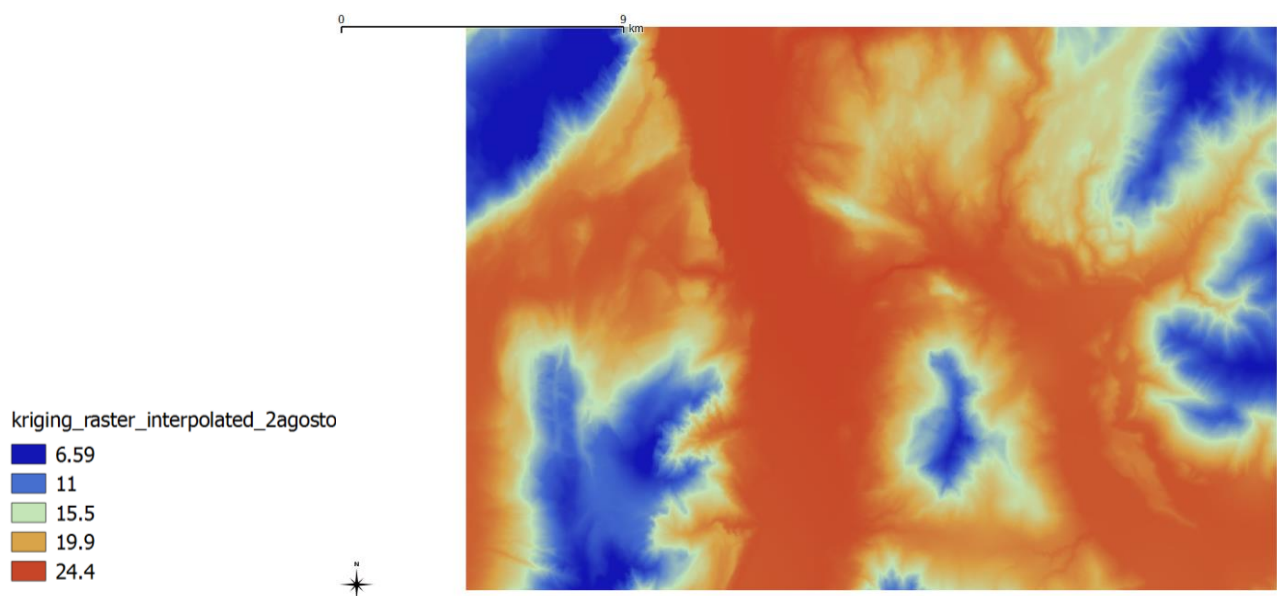


Figura 17: Kriging_raster interpolato per il giorno 2 agosto 2013. Rispetto al caso precedente si nota come le temperature raggiungano valori più elevati, a giustificazione del fatto che quest'analisi è stata svolta per un giorno estivo.

SKYVIEW

Il comando “Skyview” agisce sul modello digitale del terreno in analisi, contenente sia i centroidi del bacino che le stazioni meteorologiche considerate, fornendo come risultato della simulazione una mappa che mostra la porzione di cielo visibile da ogni pixel della regione, con un valore compreso tra 0 ed 1.

Nella figura seguente si mostra l’esito dell’elaborazione:

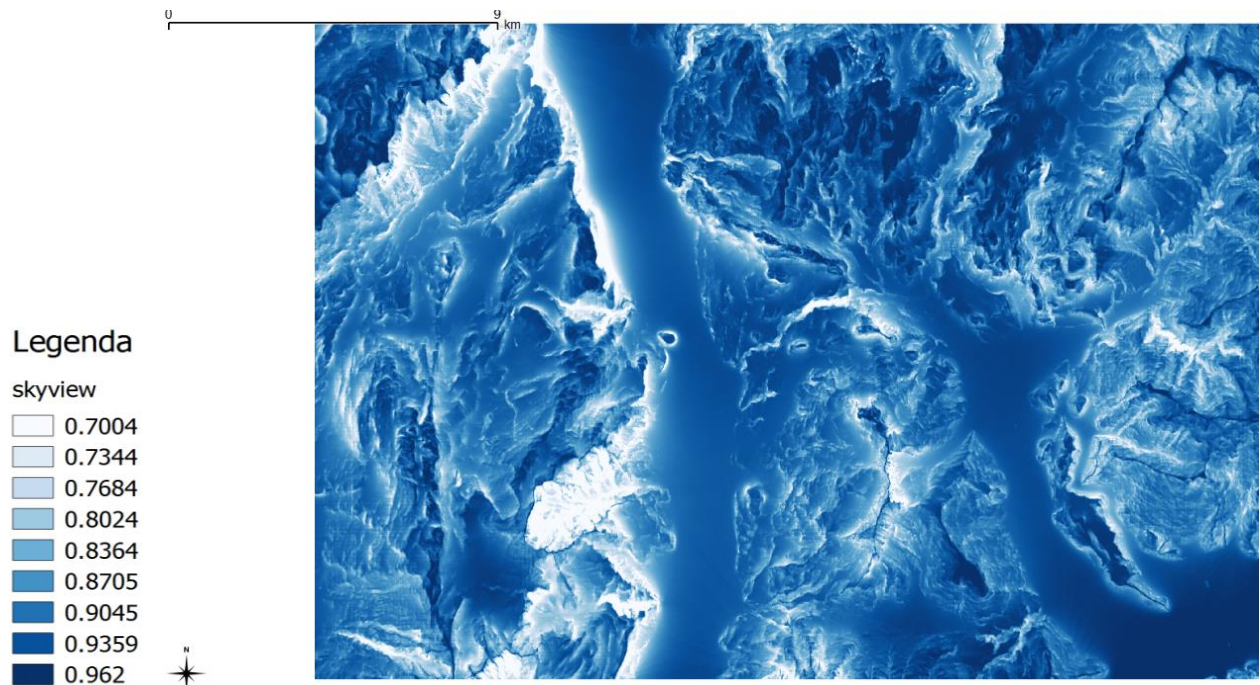


Figura 18: Skyview. Si nota nella mappa come a colori più scuri sia associato una maggiore porzione di cielo visibile (zona in pianura), mentre a colori più chiari sia associata una porzione minore (nei canali o nelle valli più strette).

3. RADIAZIONE SOLARE

SWRB: SHORT WAVE RADIATION BALANCE

La radiazione solare penetra in atmosfera ed è trasferita verso il terreno, dopo essere stata riflessa e dispersa. Il bilancio di radiazione è pur sempre un bilancio di energia, per cui vale che l'energia totale entrante è data dalla somma di diversi contributi, ovvero l'energia riflessa, l'energia assorbita e l'energia trasmessa, come indicato nella formula seguente:

$$S_{\odot} = S \uparrow_R + S \downarrow_T + S_A$$

La simulazione "SWRB" su OMS rappresenta il bilancio di radiazione ad onda corta.

Vengono inseriti in input il file formattato delle temperature, i file raster dello Skyview e del DEM della zona in esame e lo shapefile dei centroidi.

Vengono inoltre mantenuti inalterati i parametri da letteratura.

Come risultato viene fornito il file .csv di radiazione ad onda corta, "radiazione_total_SWRB.csv".

LWRB: LONG WAVE RADIATION BALANCE

La funzione permette di calcolare il bilancio di radiazione solare ad onda lunga. Questa è data dal bilancio di radiazione incidente dall'atmosfera e dalla radiazione emessa dal suolo, calcolati entrambi con la legge di Stefan Boltzmann:

$$E = \epsilon \sigma T^4$$

Dove:

- E rappresenta la radiazione emessa;
- ϵ è l'emissività del corpo colpito da radiazione;
- σ è la costante di Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$);
- T rappresenta la temperatura;

Si può oltre a ciò esprimere la radiazione ad onda lunga tramite una parametrizzazione idrologica:

$$L \downarrow_i = \epsilon_i \sigma T_i^4$$

Dove:

- L è la radiazione ad onda lunga;
- ϵ rappresenta l'emissività dell'atmosfera;
- σ è la costante di Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$);
- T rappresenta la temperatura;

Nella simulazione “LWRB” al software OMS vengono inseriti in input il file formattato delle temperature, il file raster dello Skyview e lo shapefile dei centroidi.

Vengono inoltre mantenuti immutati i parametri da letteratura della radiazione ad onda lunga.

Il risultato che si ottiene è composto da due file .csv relativi all'apporto di radiazione come *upwelling* e come *downwelling*.

NET RADIATION

La somma di radiazione ad onda corta e radiazione ad onda lunga è chiamata radiazione netta.

$$R_n = (1 - \alpha_a)R_{\downarrow sw} + L_{\downarrow} - \alpha R_{\downarrow} - L_{\uparrow}$$

Grazie al comando “NetRad”, anche su OMS la radiazione netta viene calcolata come la semplice somma di radiazione ad onda corta ed onda lunga.

Di conseguenza, in input si inseriranno gli output delle precedenti simulazioni “SWRB” e “LWRB”, rispettivamente “*radiazione_total_SWRB.csv*” e “*upwelling.csv*”, “*downwelling.csv*”.

Viene inoltre immesso come parametro *net.alpha* il valore 0.26 e viene generato come risultato il file della radiazione totale, vale a dire “*net_radiation.csv*”.

Di seguito è riportato il grafico in cui si mostrano tutte le componenti della radiazione, ovvero radiazione ad onda lunga, ad onda corta, e la loro somma, la radiazione netta.

Si può facilmente osservare come il massimo apporto di radiazione giunga sulla Terra nei mesi estivi di giugno, luglio ed agosto, mentre nei mesi invernali il quantitativo di radiazione si mantenga a valori meno elevati.

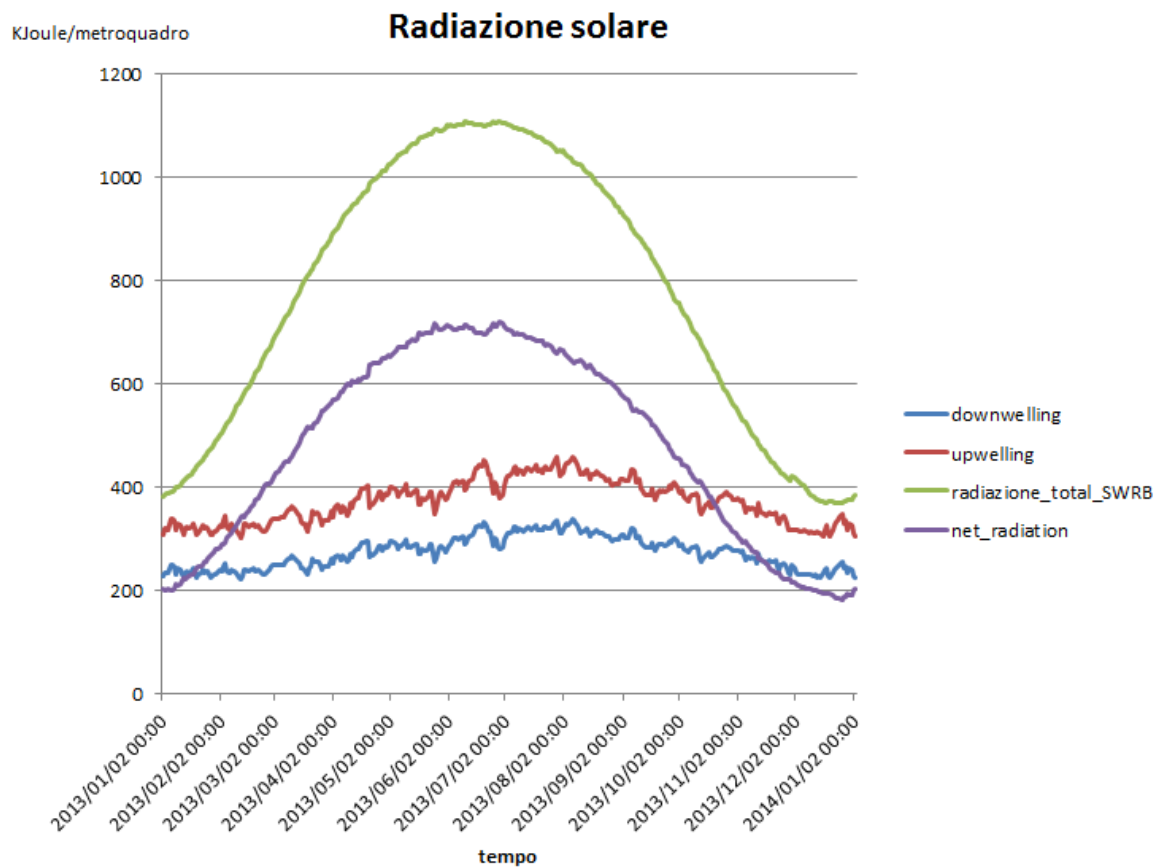


Figura 19: Confronto delle radiazioni. Si nota che la radiazione netta è la somma di radiazione ad onda lunga e ad onda corta. Si osservano valori massimi di radiazione nei mesi estivi di giugno, luglio ed agosto, mentre valori minimi nei mesi invernali.

4. RICHARDS MONODIMENSIONALE

L'equazione di Richards monodimensionale rappresenta l'equazione di continuità per i suoli, con la quale si descrive il movimento dell'acqua all'interno di un volume di terreno.

Tale equazione si presenta nel modo seguente:

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = K_{z0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

Dove:

- $C(\psi)$ rappresenta la capacità idraulica dei suoli;
- ψ è la pressione dell'acqua;
- K_{z0} è la conducibilità idraulica verticale di riferimento;

Attraverso la console OMS, la simulazione "*Richards_1D*" permette di calcolare la suzione ψ ed il contenuto d'acqua θ . La relazione tra queste due grandezze dell'equazione di Richards può essere rappresentata sul grafico attraverso le curve di ritenzione idrica (Soil Water Retention Curves), che sono in grado di illustrare i diversi stati dell'acqua nei suoli, e quindi le proprietà idrogeologiche di un terreno.

In genere, le strategie di soluzione dell'equazione differenziale sono quattro, e basate su:

- Metodo di separazione delle variabili;
- Uso delle trasformate di Fourier;
- Uso delle trasformate di Laplace;
- Metodi geometrici basati sulla simmetria delle equazioni;

Tutti questi metodi mirano in generale a ridurre l'equazione differenziale alle derivate parziali ad un sistema di equazioni differenziali ordinarie, più semplice da risolvere.

Nel caso in esame, la simulazione al software è stata eseguita nell'arco di una settimana, e precisamente dal 23 maggio 2017 al 30 maggio 2017, mantenendo costanti i seguenti parametri da letteratura:

- conducibilità idraulica a saturazione K_s [m/s] = 0.0000007;
- contenuto d'acqua adimensionale a saturazione θ_s = 0.41;
- contenuto d'acqua adimensionale residuo θ_r = 0.095;
- parametri del modello di Van Genuchten: " n " = 1.31; " α " = 1.9;

- deviazione standard della distribuzione dei pori = 0.6 (i pori hanno ruolo fondamentale nella conducibilità idraulica, in quanto in fase di essiccamento i pori più grandi si svuotano prima dei pori più piccoli, generando il cosiddetto fenomeno di isteresi idraulica);
- altezza della colonna di suolo [m] = 2;
- tolleranza per il metodo Nested Newton = 0.00000000001;

Inoltre, tra i vari modelli di forme parametriche per la SWRC (Van Genuchten, Kosugi, Brooks and Corey) si è scelto il modello di Van Genuchten, sotto illustrato:

$$S_e = [1 + (\alpha\psi_m)^n]^{-m}$$

Dove:

- S_e rappresenta la saturazione effettiva;
- ψ è la suzione dell'acqua;
- n, m, α sono parametri empirici ($\alpha > 0$; $\psi > 0$);

Per la chiusura del problema, avendo a che fare con un'equazione differenziale alle derivate parziali, è necessario assegnare le condizioni al contorno sulla superficie e sul fondo del suolo analizzato. In questa elaborazione si è assegnata la condizione di Dirichlet per entrambe le posizioni, fissando dunque un valore della suzione.

Un'altra opzione percorribile è quella di assegnare la condizione di Neumann e imporre dunque un valore di flusso, ma non è stata utilizzata nell'analisi in questione.

Per le condizioni iniziali, invece, si definisce la distribuzione della suzione al tempo iniziale $t=0$, selezionando in questo caso la condizione idrostatica sulla verticale.

Viene inoltre utilizzato l'algoritmo di soluzione Nested Newton, ovvero l'applicazione del metodo di Newton per due volte, tramite un ciclo annidato nell'altro.

La tolleranza per il metodo Nested Newton è stata impostata a 10^{-11} . In genere si pone tra i valori di 10^{-3} e 10^{-11} , tuttavia si può verificare che per alcuni valori il metodo non converge, ed in questo caso è necessario infatti alzare la tolleranza.

Come risultato della simulazione si ottengono i file Excel con i valori di (ψ, h) e (θ, h) per ogni giorno della settimana presa in analisi.

Vengono di seguito riportati i grafici del contenuto d'acqua e della suzione riguardanti la colonna di terreno esaminata, rappresentando per ognuno dei due l'andamento relativo al primo giorno e l'andamento del settimo giorno della settimana.

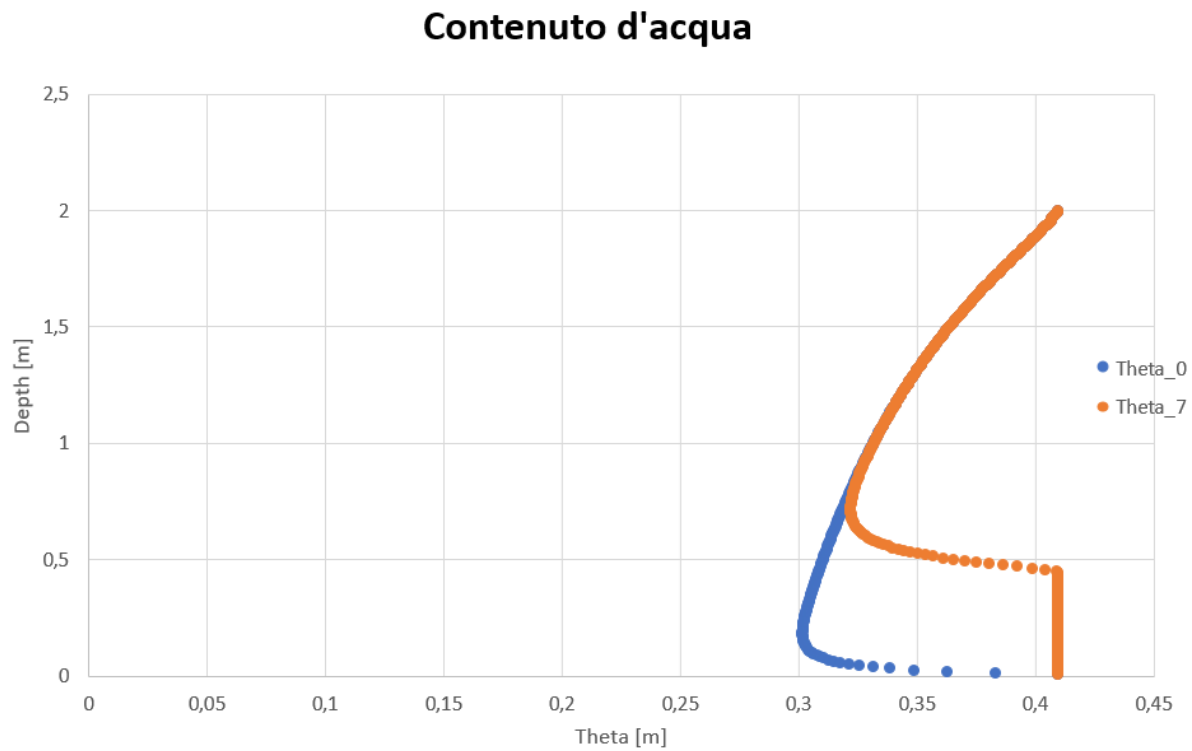


Figura 20: Andamento del contenuto d'acqua θ in funzione della profondità. Viene indicato con “*Theta_0*” il trend del contenuto d'acqua relativo al primo giorno della settimana, mentre con “*Theta_7*” il trend relativo al settimo giorno della stessa settimana. Si osserva che, man mano che passano i giorni, il quantitativo di acqua nel terreno aumenta, e dunque, di conseguenza, anche il livello a cui si trova l'acqua stessa cresce.

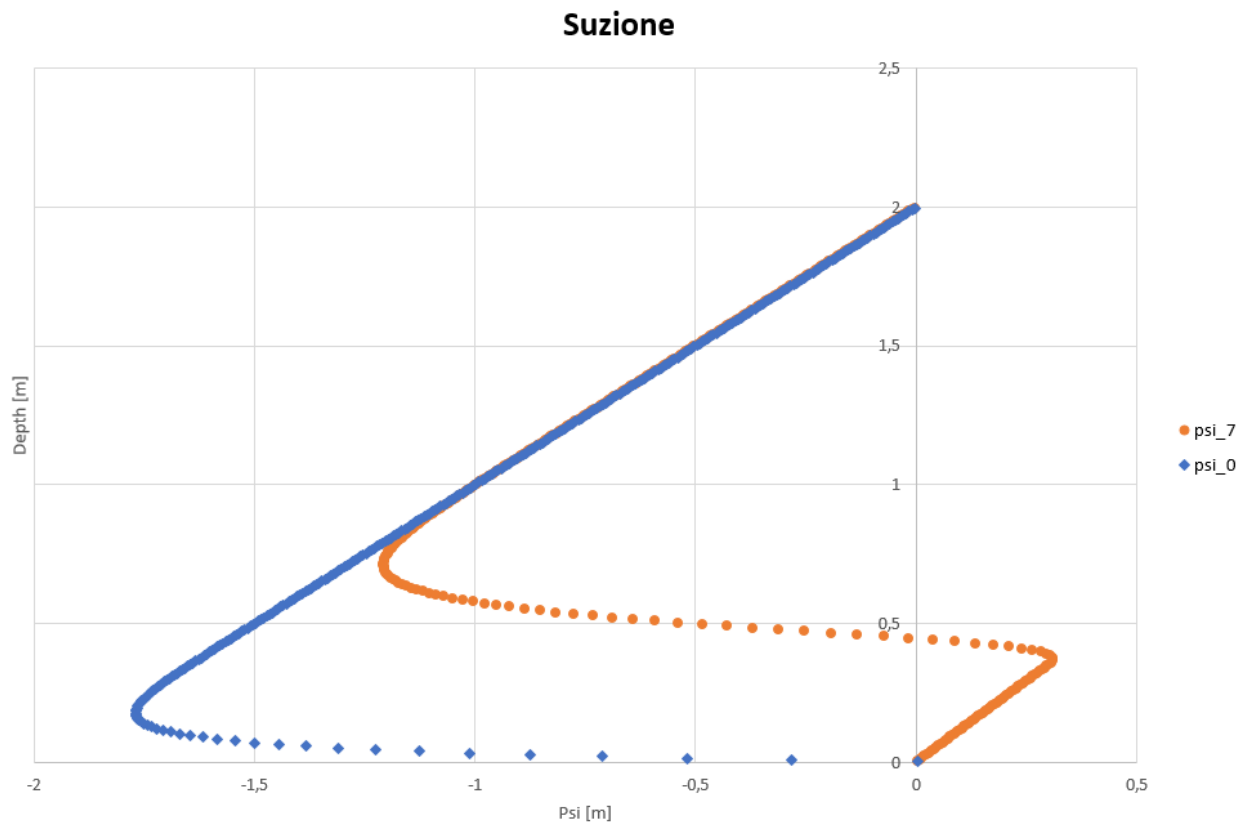


Figura 21: Andamento della suzione ψ in funzione della profondità. Viene indicato con “*Psi_0*” il trend della suzione relativo al primo giorno della settimana, mentre con “*Psi_7*” il trend relativo al settimo giorno della stessa settimana. Si nota facilmente che il valore della pressione aumenta verso valori negativi con la profondità. In aggiunta, si osserva che, man mano che si passa dal giorno zero al giorno sette, conseguentemente al fatto che aumenti il contenuto d’acqua nel suolo, anche la pressione dell’acqua nel terreno aumenti, fino a raggiungere anche valori positivi.

5. EVAPOTRASPIRAZIONE

L'evapotraspirazione è l'insieme dei processi evaporativi e traspirativi dell'acqua, che passa dalla fase liquida a vapore. Si tratta di un flusso di energia, di acqua, di vapore e di entropia.

In particolare, l'evaporazione è l'insieme di processi nei quali l'acqua cambia di fase da liquido a vapore nel caso di superfici e suoli. La traspirazione, invece, riguarda quei processi nei quali avviene il cambiamento di fase dell'acqua per mantenere l'equilibrio termico delle piante e degli animali.

La legge di Dalton, che vale

$$E = K_e V_a (e^*(T_s) - e(T_a))$$

dove:

- E è l'evapotraspirazione;
- K_e è la conducibilità evaporativa;
- V_a rappresenta la velocità dell'aria/vento;
- $e^*(T_s)$ è la tensione di vapore alla temperatura di saturazione;
- $e(T_a)$ rappresenta la tensione di vapore alla temperatura dell'aria;

da sola non permette di determinare l'evapotraspirazione. Dovrebbero essere risolte contemporaneamente anche le equazioni di conservazione di energia e il bilancio di massa. Per questo motivo si usano dei modelli semplificati per poter determinare l'evapotraspirazione, tra i quali i principali sono:

- Penman-FAO semplificata: è basata sul bilancio di energia e utilizza dati medi giornalieri.

$$ET = c \left(\frac{\Delta}{\Delta + \gamma} R_n + \frac{\gamma}{\Delta + \gamma} W_f (q_s - q) \right)$$

$$W_f = 0.27 \left(1 + \frac{u_2}{100} \right)$$

Il vento ha un ruolo importante nell'evapotraspirazione in quanto quest'ultima è accelerata da esso. Nella formula compare anche la velocità del vento u_2 , presa a due metri di altezza dal suolo.

- Priestley-Taylor: è una formula semi empirica basata sul bilancio di radiazione che trascura il deficit di umidità specifica e le resistenze. Si aggiunge però un fattore di proporzionalità alfa, spesso usato come calibrazione per chiudere il bilancio.

$$\lambda ET = \alpha \frac{\frac{\Delta}{\gamma} (R_n - G)}{(1 + \frac{\Delta}{\gamma})}$$

Nell'elaborazione al software OMS è stata calcolata l'evapotraspirazione con entrambi i metodi descritti sopra. In tutti e due i casi viene svolto il calcolo sullo stesso anno di esercizio, che va dal giorno 2 gennaio 2013 al giorno 2 gennaio 2014, fornendo in input i dati di temperatura e di radiazione netta, ottenuti con le simulazioni precedenti. Vengono inseriti i parametri da letteratura $\alpha=1.26$, e flusso di calore giornaliero e notturno, rispettivamente $G=2.446437$ e $G=2.201526$. I risultati ottenuti vengono dunque rappresentati sul grafico seguente:

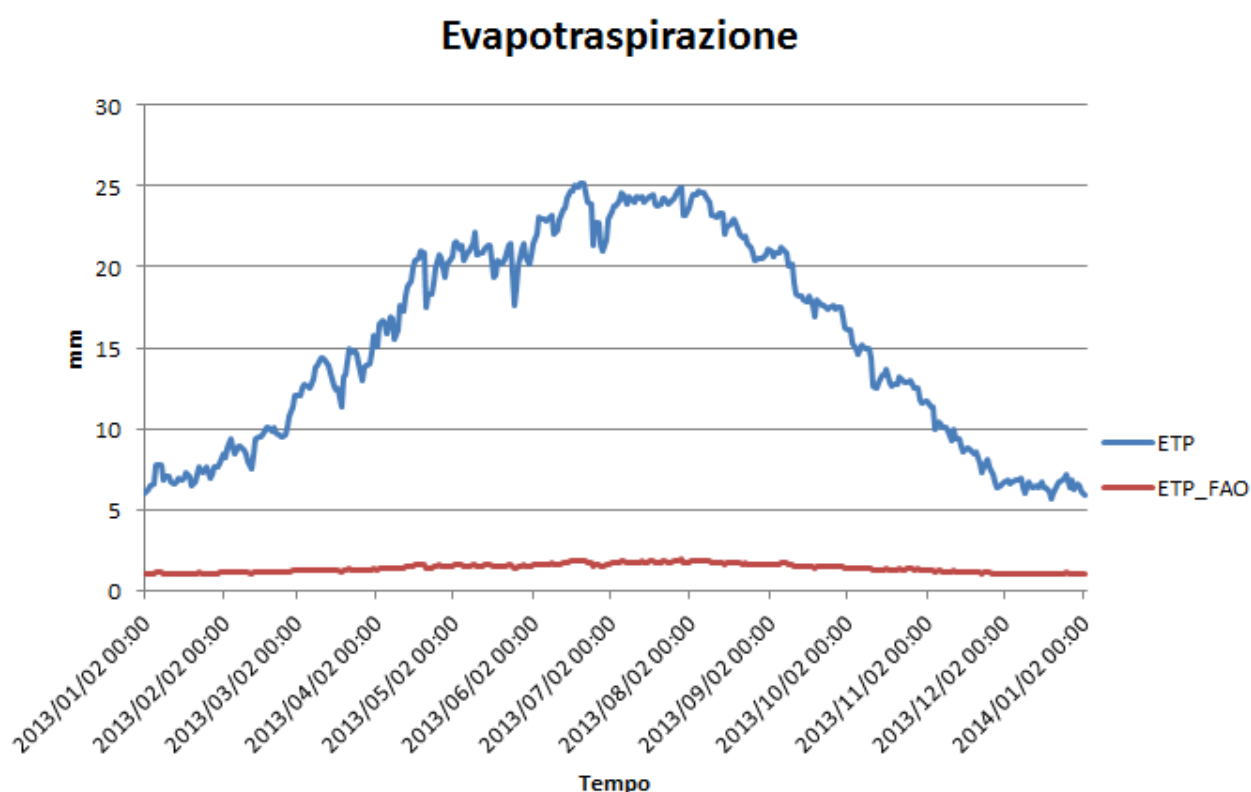


Figura 22: Andamento dell'evapotraspirazione annuale. Si indica con "ETP" il calcolo effettuato con il metodo di Priestley-Taylor, mentre con "ETP_FAO" il calcolo effettuato con la soluzione di Penman-FAO semplificata. Si osserva facilmente che l'andamento di "ETP_FAO" è più lineare ed omogeneo, in giustificazione del fatto che utilizza dati medi giornalieri. Per quanto riguarda il trend di "ETP" si segnala il raggiungimento dei massimi valori di evapotraspirazione nei mesi estivi di giugno, luglio, agosto, quando i valori di radiazione netta sono più elevati.

BIBLIOGRAFIA

Slides a cura del docente Riccardo Rigon
(<http://abouthydrology.blogspot.it/2017/02/hydrology-2017.html>)

<http://www.meteotrentino.it>
<http://webgis.ing.unitn.it/webgis/map1.php>
<http://spatialreference.org>

Nella stesura della relazione sono inoltre stati utilizzati i seguenti programmi:

QGis
OMS console 3.5.2
Jupyter Notebook